

De geheimen van de veerton ontrafeld



Door Rudolf Robben

Opwindveren

Wanneer we te maken hebben met een uurwerk dat wordt aangedreven door een opwindveer dan zijn er enkele formules waarmee we enkele belangrijke gegevens kunnen berekenen. Dit zijn onder andere:

- a) De diameter van de abse en de afmetingen van de veerton.
- b) Als we weten welke veer we hebben dan kunnen we ook berekenen wat de energieinhoud is van een geheel opgewonden veer en wat de theoretische trekkracht is op de steekcirkel van het tandwiel dat is gemonteerd op de veertrommel.

De formules en tekeningen die in dit schrijven staan komt uit "The Theory of Horology". Dit is het studieboek dat o.a. wordt gebruikt in Zwitserland bij de opleiding horlogemaker.

(Zie <https://www.euro-boek.nl/boek/isbn/2940025126.html>)

Na iedere formule heb ik een uitwerking gemaakt met gegevens van een opwindveer zoals deze bijvoorbeeld kan worden besteld bij Van de Gevel in Tilburg.

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm.

Bij iedere uitwerking zal ik deze gegevens herhalen voor de leesbaarheid, men hoeft dan niet terug te zoeken.

Formule 1

Diameter van de abre

Het spreekt voor zich dat de diameter van de te kiezen abre een relatie heeft met de veer die er aan wordt gemonteerd. Hoe dikker de veer, hoe dikker de abre moet zijn. Er is dus steeds een zeker verband tussen de diameter (of de radius) van de abre en de veerdikte. Het blijkt dat die verhouding opvallend constant is, meestal een getal is tussen de 10 en de 14. Die constante noemen we "k".

K is gedefinieerd als:

$$k = \frac{r}{e}$$

- k is een factor die altijd ligt tussen de 10 en de 14
- r is radius van de abre
- e is de dikte van de opwindveer

Rekenvoorbeeld

Gegeven:

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm.

We zetten de bestaande formule om (kruislings vermenigvuldigen) en we krijgen dan:

$$r = k * e$$

Als k= 10 dan is r → 10*0,55 = 5,5 mm de diameter is dan 11 mm.

Als k= 14 dan is r → 14*0,55 = 7,7 mm de diameter is dan 15,4 mm.

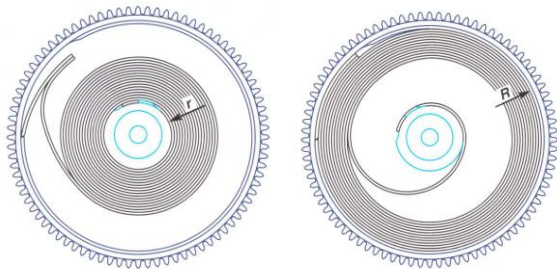
De diameter de abre moet minimaal 11 mm en maximaal 15,4 mm zijn .

Formule 2

Wat is de lengte van een opwindveer bij een gegeven veerton?

$$L = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{2 * e}$$

- L is de lengte van de opwindveer
- π is het getal pi is 3,14
- R is de radius van de binnenzijde van de veerton
- r is de radius van abre
- e is de dikte van de opwindveer



De radius r van de abre en de radius R van de veerton, denk bij het berekenen dat de diameter $2r$ of $2xR$ is! Dit is een tekening hoe een opwindveer in een veerton van een horloge zit.

Rekenvoorbeeld

Gegeven:

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm.

We hebben de diameter van de abre (formule 1) en we weten de diameter van de veerton, deze is 64 mm hieruit volgt dat $R=32$ mm.

We kunnen nu berekenen welke lengte we kunnen nemen voor de veer.

- L is de lengte van de opwindveer deze moeten we berekenen
- π is het getal phi is 3,14
- R is de radius van de binnenzijde van de veerton deze 32 mm
- r is de radius van abre deze nemen 5,5 mm
- e is de dikte van de opwindveer is 0,55 mm
- de breedte van de veerton is 22 mm

$$L = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{2 * e} \rightarrow L = \frac{3,14(32^2 - 5,5^2)}{2 * 0,55} \rightarrow 2836 \text{ mm}$$

Als we in de verentabel erbij nemen kunnen we een veer kiezen die het meest overeenkomt met deze waarde. We zien dat we weer dicht bij de veer gegevens uitkomen die we gebruiken als voorbeeld.

Formule 3

Wat is de diameter van de veerton bij een veer met een bepaalde lengte en dikte.

Als we de waarde R^2 uit formule 2 naar de linkerkant van het is (=) teken brengen weten we wat de diameter van een veerton moet zijn als we de lengte van de veer kennen en we weten de diameter van de abre, deze is makkelijk te berekenen (zie formule 1).

Als we de formule omzetten en verder uitwerken dan krijgen we uiteindelijk:

$$R = \sqrt{r^2 + \frac{L * 2 * e}{\pi}}$$

- L is de lengte van de opwindveer
- π is het getal pi is 3,14
- R is de radius van de binnenzijde van de veerton
- r is de radius van abre
- e is de dikte van de opwindveer

Rekenvoorbeeld

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm.

Stel we hebben een veer maar we moeten daar een veerton voor maken (deze vraag werd mij gesteld!). Welke inwendige diameter moet deze veerton dan hebben. We zijn ook in het bezit van een abre deze heeft een diameter van 13 mm dus $r = 6,5$ mm.

We hebben dus de onderstaande gegevens;

- L is de lengte van de opwindveer deze is 3000 mm
- π is het getal phi is 3,14
- R is de radius van de binnenzijde van de veerton moeten die we willen berekenen
- r is de radius van de abre deze is 6,5 mm
- e is de dikte van de opwindveer deze is 0,55 mm

$$R = \sqrt{r^2 + \frac{L * 2 * e}{\pi}} \rightarrow R = \sqrt{6,5^2 + \frac{3000 * 2 * 0,55}{3,14}} \rightarrow 33,06 \text{ mm}$$

De diameter zal dus ≈ 66 mm moeten zijn, immers de diameter van de abre moet een bepaalde k-waarde hebben die tussen de 10 en 14 moet liggen waardoor dus de diameter van de veerton ook enigszins variabel is!

Formule 4

Maximaal aantal omwentelingen van de abre voor het opwinden van de veer.

$$N'' = \frac{1}{e} \left(\sqrt{r^2 + \frac{L * e}{\pi}} - r \right)$$

- N'' aantal omwentelingen van de abre om de veer geheel op te winden.
- r is de radius van de abre.
- L is de lengte van de opwindveer.
- e is de dikte van de opwindveer.

Rekenvoorbeeld

Met de veergegevens en de afmetingen van de veerton kunnen we berekenen hoeveel omwentelingen de opwindsleutel moet maken voordat de klok geheel is opgewonden.

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm.

- r is de radius van de abre deze is 6,5 mm
- L is de lengte van de opwindveer 3000 mm
- e is de dikte van de opwindveer deze is 0,55 mm

Als we deze gegevens in onderstaande formule invoeren krijgen we:

$$N'' = \frac{1}{e} \left(\sqrt{r^2 + \frac{L * e}{\pi}} - r \right) \Rightarrow N'' = \frac{1}{0,55} \left(\sqrt{6,5^2 + \frac{3000 * 0,55}{3,14}} - 6,5 \right) = 43,07 \approx 43 \text{ omw.}$$

Formule 5

Maximaalaantal omwentelingen veerton voordat deze geheel is ontspannen.

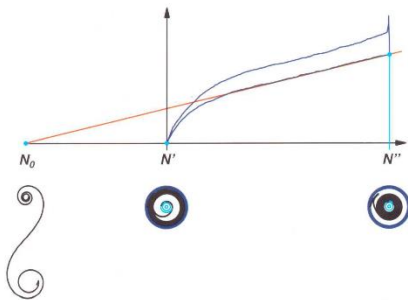
$$N' = \frac{1}{e} \left(R - \sqrt{R^2 - \frac{L * e}{\pi}} \right)$$

N' aantal omwentelingen veerton als opwindveer geheel is ontspannen.

R is de binnen radius van de veerton

L is de lengte van de opwindveer

e is de dikte van de opwindveer



Van links naar rechts de veer geheel ontspannen, ontspannen in de veerton en geheel opgewonden. Hierbij de bovenste curve de kracht om op te winden en de onderste curve de afgegeven kracht op het tandwiel.

Rekenvoorbeeld

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm.

Als de veer geheel is opgewonden kunnen we ook berekenen hoeveel omwentelingen de veerton maakt voordat deze geheel is ontspannen.

Voor de diameter van de veerton gebruiken we de gevonden diameter uit formule 3.

- N' aantal omwentelingen van de veerton bij het ontspannen van de opwindveer
- R is de binnen radius van de veerton deze is 33 mm
- L is de lengte van de opwindveer 3000 mm
- e is de dikte van de opwindveer deze is 0,55 mm

Als we deze gegevens in onderstaande formule invoeren krijgen we:

$$N' = \frac{1}{e} \left(R - \sqrt{R^2 - \frac{L * e}{\pi}} \right) \rightarrow N' = \frac{1}{0,55} \left(33 - \sqrt{33^2 - \frac{3000 * 0,55}{3,14}} \right) = 16,88 \approx 16 \text{ omw.}$$

Formule 6

Wat is de maximale opgeslagen energie in van de veer in de veerton

$$W_{max} = \frac{e * h * l}{6} * \frac{(Q_{max})^2}{E}$$

- W_{max} is de maximale opgeslagen energie in de veer uitgedrukt in mJ(milli joule)
- e is de dikte van de opwindveer (mm)
- h is de hoogte van de opwindveer (mm)
- L is de lengte van de opwindveer (mm)
- E is de elasticiteitsmodulus in MPa of in Nmm^{-2} en ligt tussen de 220.000 en de 230.000 MPa of N/mm^2 . De elasticiteitsmodulus is een materiaaleigenschap voor stijfheid, rek en compressiebelasting van het materiaal dat we gebruiken.
- Q_{max} is de maximale toelaatbare belasting. Dit is een waarde die proefondervindelijk is vast gesteld. Deze heeft een waarde van die ligt tussen de 2840 en 3340 MPa. Als we deze waarde overschrijden zal er een definitieve vervorming of zelfs breuk optreden.

Rekenvoorbeeld.

We kunnen met deze formule uitrekenen wat de maximale energie is die kan worden opgeslagen in de veerton uitgedrukt in milli joule. We gaan uit van de navolgende gegevens.

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm

- e is de dikte van de opwindveer 0,55 mm
- h is de hoogte van de opwindveer 22 mm
- L is de lengte van de opwindveer 3000 mm
- E is de elasticiteitsmodulus in 220.000N/mm².
- Q_{max} is de maximale toelaatbare belasting stellen we op 3000 MPa.

$$W_{max} = \frac{e * h * l}{6} * \frac{(Q_{max})^2}{E} \rightarrow W_{max} = \frac{0,55 * 22 * 3000}{6} * \frac{(3000)^2}{220.000} = 247.500 \text{ milli joule}$$

Formule 7

Rotatie moment

Als we de veer opwinden ontstaat er een rotatiemoment, immers de veer wil zich ontspannen. Dit moment kunnen we berekenen en als we de steekcirkel kennen van het tandwiel dat aan de veertrommel is bevestigd, kunnen we ook de kracht berekenen die aan het begin staat van de tandwielrein. Een moment wordt gedefinieerd als kracht x arm. De formule om het rotatiemoment te berekenen is:

$$M_{max} = \frac{e^2 * h}{6} * Q_{max}$$

- M_{max} is het maximale rotatiemoment in Nmm
- e is de dikte van de veer in mm
- h is de breedte van de veer in mm
- Q_{max} is de maximale treksterkte in N/mm²

Rekenvoorbeeld

Het type nummer van de veer is O-2200-P14

Hoogte van de veer is 22 mm

Dikte van de veer is 0,55

Lengte van de veer is 3000 mm

Diameter van de veer zoals deze wordt geleverd is 64 mm

Als we de veer opwinden ontstaat er een rotatiemoment, immers de veer wil zich ontspannen. Dit moment kunnen we berekenen en als we de steekcirkel kennen van het tandwiel dat aan de veertrommel is bevestigd kunnen we ook de kracht berekenen die aan het begin staat van de tandwielrein.

We gaan uit van de onderstaande gegevens

- e is de dikte van de veer in 0,55 mm
- h is de breedte van de veer 22 mm
- Q_{max} is de maximale treksterkte 3000 MPA
- Radius van de steekcirkel van het tandwiel is 50 mm

$$M_{max} = \frac{e^2 * h}{6} * Q_{max} \rightarrow M_{max} = \frac{0,55^2 * 22}{6} * 3000 = 3327,5 \text{ Nmm}$$

De "arm" waarover dit moment werkt is 50 mm hieruit volgt dat de kracht op de steekcirkel

$$F = \frac{Nmm}{mm} \rightarrow \frac{3327,5}{50} = 66,55 \text{ Newton}$$

Als we uitgaan dat 10N \approx 1 kg is dan staat er op de steekcirkel een kracht \pm 6,6 kg.

Nadere info

Een kleine toelichting.

Sommige zullen stellen dat de eenheden niet kloppen, er wordt niet gerekend met het SI stelsel dat onder andere de meter en Joule voorschrijft. Dit klopt, maar in de horloge- en uurwerktechniek is het gebruikelijk dat we rekenen met mm en milli Joule. Als we gaan rekenen met meters en Joule dan moeten we met zulke kleine waarden gaan rekenen dat een fout, de plaats van de komma in een getal, snel gemaakt is. Als we een afspraak maken dat we werken met millimeters en milli Joules (mJ) dan zullen fouten niet snel worden gemaakt.

MPa is een eenheid van druk. De basis eenheid wordt uitgedrukt in N/m^2 . Maar omdat we met mm werken moeten we nu als eenheid N/mm^2 gebruiken.

Elasticiteitsmodulus E

De verhouding tussen spanning en rek in een materiaal dat een spanning ondergaat die kleiner is dan de elasticiteitsgrens; een maat voor de stijfheid van een materiaal.

$$E = \frac{\Delta \text{spanning}}{\Delta \text{rek}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \text{ in } N/mm^2$$

$\Delta \text{spanning}$; we spreken uit delta spanning, we bedoelen hiermee een kleine spanningsverandering.

Δrek ; we spreken dit uit als delta rek, we bedoelen hiermee ook weer een kleine lengte toename als gevolg van een kleine spanningstoename.

Massa en gewicht

Wat ook vaak voor verwarring zorgt zijn de begrippen massa en gewicht. Een massa drukken wij in de natuurkunde uit in **kg** en gewicht wordt uitgedrukt in **Newton**. Ook in bovenstaande formules komen we steeds de eenheid Newton tegen.

Wat is een Newton en wat is het verschil met de kg?

Gewicht heeft te maken met een kracht waarmee een massa wordt aangetrokken hier op aarde of op de maan of ergens anders in het heelal. Op aarde wordt een 1 kg aangetrokken met een met een kracht van 9,81 Newton, we ronden dit meestal af op 10 Newton. Dezelfde kg op de maan wordt daar aangetrokken met 1,6 Newton maar zijn massa blijft 1 kg. Wat fout is dat we als eenheid de kg nemen als weegeenheid! Bij wegingen waarbij we gebruikmaken van een veersysteem moeten we als schaaleenheid de Newton gebruiken (werkt op aantrekkingskracht). Bij wegingen waarbij we gebruikmaken van een bascule-systeem, bijvoorbeeld de weegschaal bij een apotheek, is de weegeenheid de kg of de gram.

Het is een vergelijkingsstelsel. In de praktijk wordt vaak een vergelijking gemaakt tussen Newton en kg. Vaak wordt er gerekend dat met **10 N \approx 1 kg**